

問 1

(a)

$$y = x_1^{\frac{1}{3}} + x_2^{\frac{1}{3}} = x_1^{\frac{1}{3}} + k^{\frac{1}{3}}$$

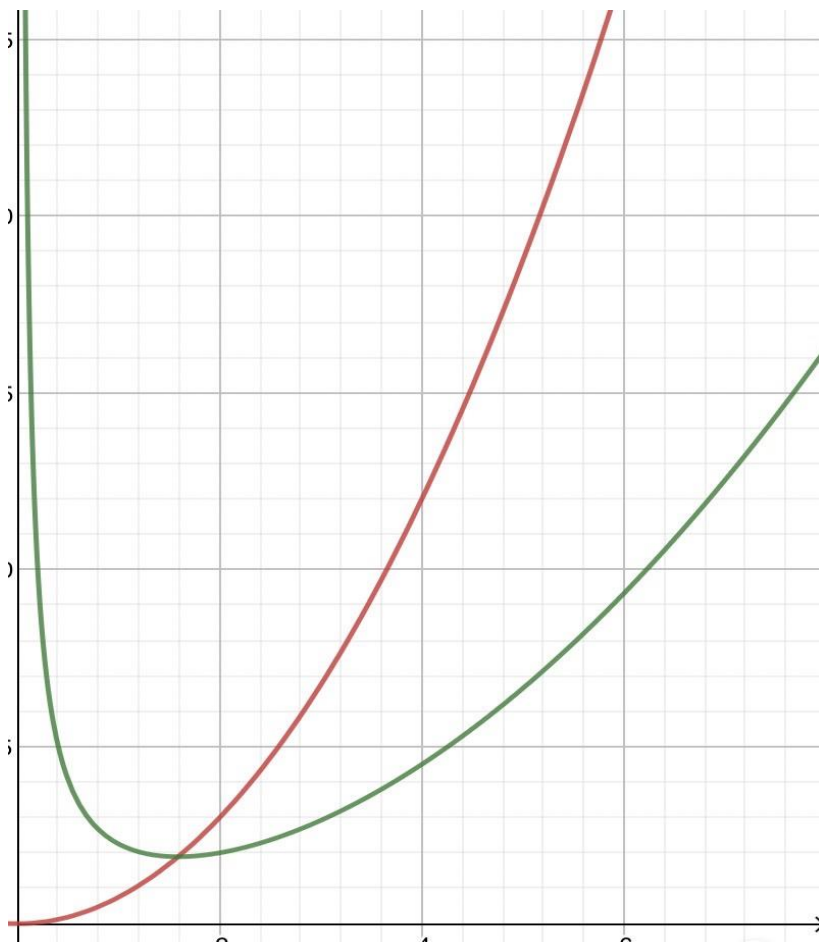
$$x_1^{\frac{1}{3}} = \frac{y}{k^{\frac{1}{3}}} \text{ より } x_1 = \frac{y^3}{k}$$

$$\begin{aligned} \text{STC}(y,k) &= w_1 x_1 + w_2 x_2 \\ &= 1 \cdot \frac{y^3}{k} + 1 \cdot k \\ &= \frac{y^3}{k} + k \end{aligned}$$

(b)

$$\text{SMC}(y,k) = \frac{3y^2}{k}$$

$$\text{SAC}(y,k) = \frac{y^2}{k} + \frac{k}{y}$$



(c)

$$\begin{aligned}\text{LTC}(y) &= w_1x_1 + w_2x_2 \\ &= x_1 + x_2 \\ &= \frac{y^3}{x_2} + x_2\end{aligned}$$

x_2 で微分して0とおく。

$$-\frac{y^3}{x_2^2} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{y^3}{x_2^2} = 1 \Leftrightarrow y^3 = x_2^2 \Leftrightarrow x_2 = y^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{LTC}(y) = \frac{y^3}{y^{\frac{3}{2}}} + y^{\frac{3}{2}} = 2y^{\frac{3}{2}}$$

(d)

$$\text{LMC}(y) = 3y^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{LAC}(y) = 2y^{\frac{1}{2}}$$

問2

(a)

消費者の予算制約式 $px + wl = w\bar{L} + \pi$

よって, $px + l = \bar{L} + \pi$

次に, 消費者の効用最大化問題を考える.

$$\max_{x,l} u(x,l) = 2\sqrt{x} + l \quad s. t. \quad px + l = \bar{L} + \pi$$

これは, 以下を解くのと同値である.

$$\max_x u(x) = 2\sqrt{x} + \pi - px - \bar{L}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{x}} - p = 0$$

よって, 効用最大化のための条件は, $\frac{1}{\sqrt{x}} = p$.

(b)

企業利潤は $\pi = py - wL = (p-1)L$ と表せる。

消費財需要関数 $D_x(p) = \frac{1}{p^2}$

余暇需要関数 $D_l(p) = \bar{L} - \frac{1}{p^2}$

$$\therefore p \frac{1}{p^2} + l = (\bar{L} - l)(p-1) + \bar{L}$$

労働供給関数 $D_L(p) = \bar{L} - l$

$$= \frac{1}{p^2}$$

(c)

$$\pi = (p-1)L = 0$$

$$\therefore p^c = 1, u^c = 1 + \bar{L}$$

(d)

逆需要関数 $p = \frac{1}{\sqrt{x}}$

独占企業における利潤最大化問題は次のように表せ, これを解けばよい.

$$\max_x (p-1)L = \max_x \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 1 \right) x$$

$$x^m = \frac{1}{4}$$

(e)

均衡価格 $p^m = 2$

消費者の効用 $u^m = \frac{3}{4} + \bar{L}$

問3

(a)

$$x_1^A + x_2^A = 8$$

$$x_2^A = 8 - x_1^A$$

$$x_1^A = w_1 - x_1^B = 8 - x_1^B$$

$$x_2^B = w_2 - x_2^A = w_2 - (8 - x_1^A) = x_1^A - 4$$

$$U^B = x_1^B(x_1^A - 4) = x_1^B(4 - x_1^B) = 4x_1^B - (x_1^B)^2$$

$$\frac{\partial U^B}{\partial x_1^B} = -2x_1^B + 4 = 0$$

よって、 $x_1^B = 2, x_1^A = 6, x_2^A = 2, x_2^B = 2$

(b)

図は省略

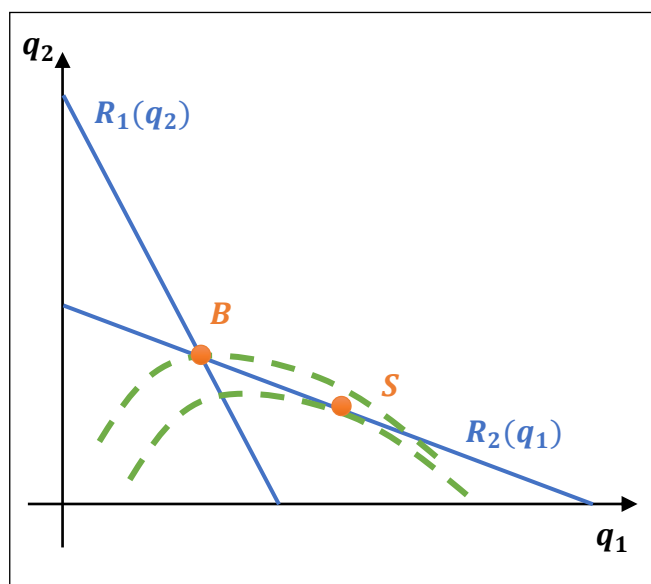
(c)

$$\frac{1}{1} = \frac{x_2^B}{x_1^B} \Leftrightarrow x_1^B = x_2^B$$

問 4

(a)

下図は縦軸を q_2 、横軸を q_1 としたグラフである。 $R_1(q_2)$ と $R_2(q_1)$ は、それぞれの反応関数である。反応関数は、それぞれ相手の供給量と代替関係にある ($\frac{\partial R}{\partial q} < 0$)。クールノー競争では、同時に供給量を決めるため、反応関数の交点 B が均衡となる。シュタッケルベルク競争では、リーダーである企業 1 は、企業 2 の反応関数を予測して自己の利益を最大化する。これは、等利潤線を可能な限り q_1 軸に近づけることと同値である。よって、均衡は反応関数 $R_2(q_1)$ と企業 1 の等利潤線との接点 S となる。このとき、リーダーは相手の反応関数を予測し、供給量を奪うことができ、有利である。これは、クールノー均衡とシュタッケルベルク均衡を通る等利潤線を比べることからもわかる。



(b)

ベルトラン均衡は、価格と限界費用が一致する点である。限界費用より低い価格は、企業の利潤が負になるため、選ばない。相手が限界費用よりも高い価格をつけると予想した場合、相手の価格より Δ だけ低く設定すれば、需要を独占できる。両者がこのように予想する結果、企業利潤が非負となる最低価格は限界費用と一致する。価格を決定するシュタッケルベルク競争でも、ベルトラン均衡と同じ均衡が得られる。企業 1 が限界費用より高い価格を付けた場合、企業 2 は Δ だけ低い価格を設定する。企業 1 が限界費用と等しい価格を付けたとき、企業 2 は同価格を設定する。ベルトラン競争において、リーダー・フォロワーの有利不利はない。

問5

(a)

$$\begin{aligned} \text{総余剰} \quad W &= 2(q_A + q_B) - \frac{1}{2\theta_A} q_A^2 - \frac{1}{2\theta_B} q_B^2 - (q_A + q_B) \\ &= q_A - \frac{1}{2\theta_A} q_A^2 + q_B - \frac{1}{2\theta_B} q_B^2 \end{aligned}$$

総余剰を最大化するための条件は、以下の通りである。

$$\frac{\partial W}{\partial q_i} = 1 - \frac{1}{\theta_i} q_i = 0$$

よって、 $q_A^* = \theta_A$, $q_B^* = \theta_B$.

(b)

各工場の利潤 π_i は

$$\pi_i = 2q_i - \frac{1}{2\theta_i} q_i^2$$

これを最大化する \hat{q}_i は、 $\hat{q}_A = 2\theta_A$, $\hat{q}_B = 2\theta_B$ となる。

(c)

各工場の利潤を表す。

$$\pi_i = 2q_i - \frac{1}{2\theta_i} q_i^2 - p(q_i - \bar{q}_i)$$

[補足：各工場の利潤は(b)の利潤に加えて、価格 p で割当量 \bar{q}_i を超過(不足)した分の取引を加味する必要がある。]

これを最大化する $q_i = (2-p)\theta_i$ となる。

(d)

(c)より、 $q_A + q_B = (2\theta_A + 2\theta_B) - p(\theta_A + \theta_B)$

(a)より、 $q_A^* + q_B^* = \theta_A + \theta_B$

これより、求める p は1となる。

問 6

(a)

$$\text{期待利得} \quad Eq_B = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} = 2$$

$$\text{期待効用} \quad Eu_B = \sqrt{4} \frac{1}{3} + \sqrt{1} \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

確実同値額 q_B^* は、 $u_B(q_B^*) = \frac{4}{3}$ を満たす値である。よって、 $q_B^* = \frac{16}{9}$

$$\text{リスクプレミアム} \quad R_B = Eq_b - q_B^* = \frac{2}{9}$$

(b)

状態 1 の時の所得の組み合わせは、 $(A, B) = (1 + x, 4 - x)$

状態 2 の時の所得の組み合わせは、 $(A, B) = (4 - y, 1 + y)$

このとき、両者の期待効用は以下のように表される。

$$Eu_A = \frac{(1+x)}{3} + \frac{2(4-y)}{3} = 3 + \frac{x}{3} - \frac{2y}{3}$$

$$Eu_B = \frac{\sqrt{4-x}}{3} + \frac{2\sqrt{1+y}}{3}$$

パレート効率性を満たすための条件は、エッジワース・ボックス内で両者の無差別曲線が接していること、すなわち以下の式を満たすことである。

$$\frac{\frac{\partial Eu_A}{\partial x}}{\frac{\partial Eu_A}{\partial y}} = \frac{\frac{\partial Eu_B}{\partial x}}{\frac{\partial Eu_B}{\partial y}}$$

よって、

$$\frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{-\frac{1}{6\sqrt{4-x}}}{\frac{1}{3\sqrt{1+y}}}$$
$$x + y = 3$$

(c)